Klasse ET1b/SoSe 05 /ung

MaE2 Serie 3

Aufgabe 1

a) Gesucht: zwei nicht-negative Zahlen, für welche der Betrag der Differenz mindestens drei ist.

b) Gesucht: alle Zahlen aus a), für welche die Summe fünf beträgt.

Graphische Darstellung der Punktmengen in a) und b).

Aufgabe 2

Stellen Sie die folgenden Funktionen im selben Koordinatensystem graphisch dar: (Einheiten in π)

$$h_k(t) = t - (k+1) \cdot \frac{\pi}{2}, \quad t \in \left[k\,\frac{\pi}{2},\, (k+2)\,\frac{\pi}{2}\right], \quad k = \ldots, -3, -1, 1, 3, \ldots \qquad \mathbb{W}(h_k) = ?$$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie *alle* Lösungen der Gleichung

$$\frac{\cos(x - \pi/4)}{\sin(x) \cdot \sin(\pi/4)} = 1 + \tan(x)$$

im Intervall $[-3\pi, \pi]$.

Aufgabe 4

Der Vektor $\vec{c} = \begin{pmatrix} 7 & a & b \end{pmatrix}^T$ steht senkrecht auf den Vektoren $\vec{a}^T = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 8 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -5 & 20 & 9 \end{pmatrix}^T$
Bestimmen Sie a und b.

Aufgabe 5

Behauptung: Ist in einem Dreieck $a : b : c = 6 : 5 : 4$, so ist $\alpha = 2\gamma$. Beweis?

Aufgabe 6

Gegeben ist $f(x) = \sqrt{9 - \sqrt{25 - \sqrt{x}}}$

a) Bestimmen Sie $D(f)$ sowie den $W(f)$.

b) Überlegen Sie sich, ob aus $x_1 \neq x_2 \Rightarrow y_1 \neq y_2$.

c) Bestimmen Sie f^{-1} mit den entsprechenden Bereichen.

Aufgabe 7

Die Kurven $y = f_1(x) = x^2$ und $y = f_2(x) = x^2 - 2x + 3$ haben eine gemeinsame Tangente t.
Gesucht sind die Steigung von t sowie die Koordinaten der Berührungspunkte, graphische Darstellung.

Aufgabe 8

$$y = f(x) = \frac{4x^2}{2x + 1}$$

Vollständige Kurvendiskussion, Nullstellen, Asymptoten, Definitions- und Wertebereich, horizontale Tangenten, Monotonie-Eigenschaften, ...
Für welche x ist die Ordinatendifferenz zwischen der Kurve $y = f(x)$ und ihrer Asymptote kleiner als $\varepsilon = 0.01$?

MaE2 Lösungen Serie 3

Lösung 1

a) $x \geq 0$ und $y \geq 0$ mit $|x - y| \geq 3$

b) $x + y = 5$

Lösung 2

$\mathbb{W}(h_k) = \left[-\frac{\pi}{2},\, \frac{\pi}{2}\right]$

Lösung 3

$x_k = x_0 + k\,\frac{\pi}{2},\ k = 0, 1, 2, 3, \ldots, 7$ mit $x_0 = -\frac{11\pi}{4}$

Lösung 4

Skalarprodukte:
$\vec{c} \cdot \vec{a} = 0$, i.e. $28 + 3a + 8b = 0$
$\vec{c} \cdot \vec{b} = 0$, i.e. $-35 + 20a + 9b = 0$
somit $a = 4$ und $b = -5$

Lösung 5

Kosinus-Satz: $\cos(\alpha) = \frac{1}{8}$ und $\cos(\gamma) = \frac{3}{4}$
Additionstheorem: $\cos(2\gamma) = 2 \cdot \cos^2(\gamma) - 1 = \frac{1}{8} = \cos(\alpha)$

Lösung 6

a) $D(f) = [0,\, 625]$, $W(f) = [2,\, 3]$

b) f *ist* injektiv auf $D(f)$, d.h. die Folgerung in b) ist richtig.

c) $f^{-1}(x) = \left[25 - \left(9 - x^2\right)^2\right]^2$ mit $D(f^{-1}) = [2,\, 3]$ und $W(f^{-1}) = [0,\, 625]$

Lösung 7

$t:\ y = 2x - 1$ mit $B_1(1,\, 1)$ und $B_2(2,\, 3)$

Lösung 8

Pol: $x = -\frac{1}{2}$, NS: $x = 0$, doppelt, horizontale Tangenten bei $(0,\, 0)$ = lokales Minimum und $(-1,\, -4)$ = lokales Maximum, Symmetriezentrum: $(-\frac{1}{2},\, -2)$, Asymptote $y = 2x - 1$ (Polynom-Division), es handelt sich um eine Hyperbel.
$|f(x) -$ „Asymptote“$| < \varepsilon$ für $x < \frac{99}{2}$ oder $x < -\frac{101}{2}$.
$D(f) = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ und $W(f) = (-\infty,\, -4] \cup [0,\, \infty)$