

--	--	--	--	--	--	--	--

Name:

**Aufgabe 1**

- a) Bei der Lösung von
- $Ax = b$
- erhält Student Slaviero

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 0 & 3 & 4 & \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & \end{array}$$

und behauptet, damit die `rref` bestimmt zu haben. Studentin Bäuerle widerspricht ihm. Wer hat Recht (mit Begründung). Falls Studentin Bäuerle recht hat: wie sieht die `rref` aus? Bestimmen Sie zudem  $m$ ,  $n$  und  $r$ , geben Sie die Lösungen an.

- b) Gegeben:
- $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- Gesucht:
- $B$
- so, dass
- $AB = BA$
- , alle Lösungen. Was ist an
- $B$
- speziell?

**Aufgabe 2**

- a) Bestimmen Sie die
- positiven**
- Größen
- $a$
- ,
- $b$
- ,
- $c$
- ,
- $d$
- ,
- $e$
- und
- $f$
- so, dass

$$C = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & d \\ a & b & e \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & -c & f \end{pmatrix} \text{ orthogonal ist, d.h. dass } C^T C = I_3.$$

- b) Was erhalten Sie für
- $C C^T$
- ?

- c) Lösen Sie mit
- $C$
- aus a) das lineare Gleichungssystem
- $Cx = b$
- mit
- $b = (1, 0, -1)^T$

**Aufgabe 3**

$$A = \begin{pmatrix} -1 & \frac{3}{2} & 6 \\ 4 & -6 & 0 \\ 3 & -\frac{1}{2} & -5 \end{pmatrix}$$

- a) Bestimmen Sie
- $L$
- ,
- $R$
- und
- $P$
- so, dass
- $LR = PA$

- b) Lösen Sie mit Hilfe der
- $LR$
- Zerlegung aus a) das Gleichungssystem
- $Ax = b$
- , wobei
- $b = (2, 4, -1)^T$

bitte wenden!

#### Aufgabe 4

Gegeben ist das lineare Gleichungssystem

$$\begin{cases} x_1 + ax_2 + bx_3 = 2 \\ x_1 + 2ax_2 + bx_3 = 2 + a \\ -x_1 + ax_2 - x_3 = 2a - 1 - b \end{cases}$$

- a) Für welche Werte von  $a \in \mathbb{R}$  und  $b \in \mathbb{R}$  hat die Lösungsmenge zwei freie Parameter?  
b) Für welche Werte von  $a \in \mathbb{R}$  und  $b \in \mathbb{R}$  ist die Lösungsmenge von Form

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} \quad \mu \in \mathbb{R}$$

Geben Sie in den Fällen a) und b) die Lösungen an.

#### Aufgabe 5

Rechenaufwand für das Rückwärtseinsetzen:

Gegeben ist ein Endschema für  $n$  Gleichungen mit  $n$  Unbekannten, **ohne** vorzeitigen Abbruch, i.e.

$$\begin{array}{cccccc} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} & c_1 \\ & r_{12} & \dots & r_{2n} & c_2 \\ & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & r_{nn} & c_n \end{array}$$

Bestimmen Sie die Anzahl wesentlicher Operationen (= Anzahl Divisionen und Multiplikationen), die für das Rückwärtseinsetzen zur Bestimmung der Lösung  $x$  nötig ist.

#### Aufgabe 6

a)

Gesucht:  $s = \sum_{n=1}^N \left( \sum_{k=n+1}^{2n} 2k \right)$

b)

Gegeben:  $\sum_{j=1}^{20} (5x_j - 1) = 0$   $\sum_{j=1}^{20} (4x_j - 1)^2 = 0$  Gesucht:  $s = \sum_{k=1}^{20} \left\{ 2x_k - 3 \sum_{j=1}^{20} (-x_j + 1)^2 \right\}$