

--	--	--	--	--	--	--	--

Name:

1 erster Teil: ohne Taschenrechner

Aufgabe 1

- a) Prüfen Sie nach, ob für $x \in \mathbb{R}^3$

$$n(x) = x_1 + |x_2| + 2|x_3|$$

eine Norm ist, (mit Begründung).

- b) Sei

$$A = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ c & \cos(\varphi) \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie c so, dass A orthogonal wird. Bestimmen Sie für diesen Wert von c die Kondition von A .

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die *Kondition* $\kappa_H(b)$ des Problems

$$y = H(b) = \frac{b}{b^2 - 1}$$

Diskutieren Sie $\kappa_H(b)$ für $b \rightarrow \pm 1$.

Was kann über die Auslöschung gesagt werden?

Aufgabe 3

Gesucht ist für $a > 0$ das bestimmte Integral

$$A = \int_0^a f(x) dx \quad \text{wobei} \quad f(x) = 1 + \frac{x^2}{10}$$

- a) Bestimmen Sie U_n sowie O_n für eine äquidistante Zerlegung von $[0, a]$.
 b) $\lim_{n \rightarrow \infty} O_n = ?$
 c) Wie gross muss n sein, damit $O_n - U_n < \frac{a^2}{100}$ erfüllt ist?

--	--	--	--	--	--	--	--

Name:

2 zweiter Teil: mit Taschenrechner

Aufgabe 4

Lösen Sie die Kepler'sche Gleichung

$$M = E - \varepsilon \sin(E)$$

für die numerischen Werte $\varepsilon = 0.5$ und $M = 2$,

mit der Methode von *Newton*: Startwert $E_0 = M$,

alle Zwischenresultate, auf TR- Genauigkeit.

Ist die Konvergenzbedingung erfüllt? (*mit Begründung*)

Aufgabe 5

Um die Gleichung $2x = 2^x$ zu lösen, will man die Iterationsformal

$$x_{n+1} = 2^{x_n - 1}$$

benutzen. Untersuchen Sie, ob und wohin die Iterationsfolge bei verschiedener Wahl von x_0 konvergiert. (Begründung!)

Graphische Darstellung, welcher Fixpunkt ist attraktiv, welcher abstossend?

Aufgabe 6

$$x = 0.1 x^2 + 1$$

a) Bestimmen Sie die Fixpunkte

b) Bestimmen Sie den abstossenden Fixpunkt mit der Iteration

$$x_{n+1} = F^{-1}(x_n) \quad x_0 = 8$$

alle Zwischenresultate bis die ersten beiden Stellen nach dem Komma richtig sind.
Wie gross ist der Konvergenzquotient?