

alle Aufgaben zählen gleich

Aufgabe 1

$$e^x - x^2 = 0$$

- a) Lösen Sie die gegebene Gleichung mit *Newton*, Startwert $x_0 = 0$, *alle* Zwischenresultate, auf Rechnergenauigkeit.
- b) i) Ist die Konvergenzbedingung für $x_0 = 0$ erfüllt? (Angabe von L)
 ii) Wie gross ist der Konvergenzquotient?

Aufgabe 2

Bis zum wievielten *Trapezwert* T_n muss mindestens gerechnet werden, um ein Resultat zu erhalten, das vom exakten Wert

$$I = \int_1^2 \frac{dx}{x}$$

um weniger als 10^{-3} abweicht?

Es wird *fortgesetzte Halbierung* verwendet. Wieviele Funktionsauswertungen sind dazu nötig? (mit einer Abschätzung für den Fehler nach oben)

Aufgabe 3

- a) Zeigen Sie graphisch, dass

$$g(x) = \sqrt{x} + 1$$

einen Fixpunkt hat. (Einheiten: $1 \equiv 2\text{cm}$ auf beiden Achsen)
 Bestimmen Sie diesen Fixpunkt algebraisch.

- b) Prüfen Sie nach, ob die Voraussetzungen des Satzes über die Iteration im Intervall $[a, b] = [2, 3]$ erfüllt sind.

Aufgabe 4

$$\xi_k = -1, 0, 1 \quad \xi \in [-1, 1]$$

- a) Bestimmen Sie die Gewichte w_k so, dass Polynome bis höchstens zum Grad 3 exakt integriert werden.
 b) Benützen Sie die in a) gefundene *Quadraturformel* zur Integration von

$$I = \int_a^b f(x) dx$$

Aufgabe 5

Sie haben einen Rechner zur Verfügung, der addieren, subtrahieren und multiplizieren kann, *nicht* aber dividieren!

Mit Hilfe der *Methode von Newton* soll nun eine Division realisiert werden, bei der *nur* Additionen, Subtraktionen und Multiplikationen verwendet werden.

Testen Sie Ihren Newton zur Berechnung von $\frac{1}{7}$: Startwert $x_0 = 0.1$ (Dezimalzahlen können dargestellt werden)

Aufgabe 6

$$I = \int_1^2 \frac{1}{x^4} dx$$

Wie klein muss das erste, bzw. wie gross darf das letzte Teilintervall sein, damit der Integrationsfehler auf diesen Teilintervallen bei der Trapezmethode kleiner als $\varepsilon > 0$ ist?