

--	--	--	--	--	--	--	--

Name:

Aufgabe 1

\vec{a} sei ein Vektor der Länge 2 und \vec{b} sei ein Vektor der Länge 3.

- Welchen kleinsten Wert kann $\vec{a} \cdot \vec{b}$ annehmen? Gegenseitige Lage der beiden Vektoren? (mit Begründung)
- Welchen Wert kann $|\vec{a} \times \vec{b}|$ maximal annehmen? Gegenseitige Lage der beiden Vektoren? (mit Begründung)

Aufgabe 2

Gegeben: Punkte $A(-1/-1/-2)$, $B(7/3/6)$ sowie die Gerade $g = g(U, V)$, wobei $U(1/18/2)$ und $V(-3/4/0)$.

- Bestimmen Sie ein gleichschenkliges Dreieck mit der Basis AB und der Spitze C auf g .
- Bestimmen Sie den Flächeninhalt von ABC .

Aufgabe 3

$$g(t) = \cos(\omega t) + \sin(\omega t + \varphi)$$

- Für welche Phase $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$ hat die Summenfunktion $g(t)$ die Amplitude $A = \frac{4}{\sqrt{5}}$
- Wie gross ist die zu a) gehörige Phase ϑ von $g(t)$, falls gilt:

$$g(t) = \frac{4}{\sqrt{5}} \sin(\omega t + \vartheta)$$

Resultate in a) und b) *exakt*

Aufgabe 4

Gegeben sind zwei windschiefe Geraden g und h

$$g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 10 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad h: \vec{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

sowie der Punkt $S(-9/9/0)$.

Bestimmen Sie eine Lichtrichtung l so, dass sich die Schatten von g und h auf der Grundrissebene im Punkt S schneiden.

Aufgabe 5

- Für welche Werte von $b \in \mathbb{R}$ gibt es Lösungen:

$$4 = b \left(\frac{8}{b} - 1 \right) (1 - \sin^2(x))$$

- Für welches $b \in \mathbb{R}$ ist $x = \frac{5\pi}{3}$ eine Lösung?

Aufgabe 6

Eine Pyramide hat die Grundfläche ABC mit $A(-1/2/-1)$, $B(-1/7/2)$, $C(4/0/2)$ und die Spitze $S(a/3/3)$.

- Für welche Werte des Parameters $a \in \mathbb{R}$ bilden die Kantenvektoren \vec{AB} , \vec{AC} und \vec{AS} ein Rechtssystem?
- Sei jetzt $a = 0$: Bestimmen Sie denjenigen Normalvektor der Seitenfläche BCS , der nach aussen zeigt und dessen Länge gleich dem Flächeninhalt dieser Seitenfläche ist.

Resultate in a) und b) *exakt*