Klasse DP1a **Labor - Klausur** 08. Juli 2004

Name:

Aufgabe 1

Testen Sie Ihre adaptive Integration mit den beiden folgenden Beispielen:

a)

$$f(x) = \frac{1}{(x-0.3)^2 + 0.01} + \frac{1}{(x-0.9)^2 + 0.04} - 6 \qquad \text{für} \qquad 0 \le x \le 1$$

b)

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -5 \le x < 3 \\ 1 & -3 \le x \le 3 \\ 0 & 3 < x \le 5 \end{cases}$$

Stellen Sie in einem Plot die gegebene Funktion graphisch dar und in einem separaten Plot die verwendeten Schrittweiten.
Dazu können Sie am bequemsten `subplot(2,1,1)` und `subplot(2,1,2)` verwenden.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie das lokale Extremum der Funktion

$$f(x) = \frac{\frac{1}{2}\,x^3 + x - 5}{x - 2}$$

sowie ihre Nullstelle.

Für die Bestimmung der Lösungen von $f(x) = 0$ sowie $f'(x) = 0$ müssen Sie *Ihren* Newton–Horner verwenden.
Stellen Sie anschliessend die gegebene Funktion für $-3 \le x \le 4.5$ graphisch dar. Markieren Sie das Extremum und die gefundene Nullstelle mit einem „o“.

Geben Sie hier die Namen Ihrer Files an:

Aufgabe 1

Aufgabe 2

weitere Aufgaben und Probleme

Aufgabe 3

Die Funktion $f(x) = \begin{cases} 1 & -3 \le x \le 3 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$ ist auf dem Intervall $I = [-5, 5]$ gegeben.

a) Benützen Sie Ihre eigene Polynom-Interpolation, um $f(x)$ auf dem gegebenen Intervall mit $n = 4, 8, 12$ äquidistanten Punkten zu interpolieren

b) Stellen Sie neben dem Interpolationspolynomen $p_n(x)$ auch die Funktion $f(x)$ graphisch dar.

c) Stellen Sie in einem separaten Bild $|p_n(x) - f(x)|$ für die gewählten n halblogarithmisch dar.

Aufgabe 4

Gegeben sind $x \in \mathbb{R}^n$ und $y \in \mathbb{R}^n$. Mit diesen beiden Vektoren wird $A = x \cdot y^T$ gebildet.
Betrachten Sie nun die Matrix $A_\delta := A + \delta I_n$

a) Definieren Sie diese Matrix in Abhängigkeit von x, y und δ auf möglichst einfache Weise.
Nehmen Sie für x lauter Einsen und für y einen „Zufallsvektor“.

b) Bestimmen Sie mit Ihrem Gram-Schmidt die $QR-$Zerlegung von A_δ für $n = 20, 50, 100$, $\delta = 0.1$ und $\delta = .001$.

c) Überprüfen Sie die Orthogonalität von Q, indem Sie die Norm von $Q \cdot Q^T - Q^T \cdot Q$ betrachten.

d) Überprüfen Sie wie gut $Q \cdot R$ die gegebene Matrix A_δ berechnet, indem Sie die Norm von $Q \cdot R - A_\delta$ angeben.

e) Was geschieht für $\delta \to 0$

Geben Sie hier die Namen Ihrer Files an:

Aufgabe 1

Aufgabe 2