

--	--	--	--	--	--	--	--

Name:

1 erster Teil: ohne Taschenrechner

Lösung 1

a) nein, da $(N1)$ verletzt, sei $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, mit $x_1 \neq 0$, dann gilt: $n(x) = 0$

b) $c = \sin(\varphi)$, Pythagoras $A^{-1} = A^T$

$$\|A\|_1 = \|A^{-1}\|_1 = \cos \varphi + \sin(\varphi) \text{ Spalten-Maximum}$$

$$\|A\|_\infty = \|A^{-1}\|_\infty = \cos(\varphi) + \sin(\varphi) \text{ Zeilen-Maximum}$$

$$\text{somit } \kappa(A) = \|A\|_* \cdot \|A^{-1}\|_* = (\cos(\varphi) + \sin(\varphi))^2 = 1 + \sin(2\varphi) \text{ für beide Normen.}$$

Lösung 2

a) $x_1 = \frac{1}{1-b^2}$, $x_2 = \frac{b}{b^2-1}$, $S = g \cap h$, wobei $S(x_1/x_2)$

b) $b = \pm 1$,

$$\text{c) } \det(A) = 0 = \begin{vmatrix} \pm 1 & 1 \\ 1 & \pm 1 \end{vmatrix}$$

Lösung 3

$$H(b) = \frac{1}{1-b^2} \quad H'(b) = \frac{2b}{(1-b^2)^2} \quad \text{somit: } \kappa_H(b) = \frac{2b^2}{|1-b^2|} \quad \lim_{b \rightarrow \pm 1} \kappa_H(b) = \text{„}\infty\text{“},$$

d.h. dieser Grenzwert existiert nicht. M.a.W. die Kondition ist schlecht, d.h. die Auslöschung kann *nicht* vermieden werden, vgl. dazu die entsprechende geometrische Situation.

2 zweiter Teil: mit Taschenrechner

Lösung 4

Aus dem Flächensatz folgt die gegebene Gleichung, wobei E = Anomalie, M = mittlere Anomalie und ε = Exzentrizität.

$$0 = E - \varepsilon \sin(E) - M, \text{ also } 0 = f(x) = x - \varepsilon \sin(x) - 2$$

$$f'(x) = 1 - \varepsilon \cos(x) \text{ und } f''(x) = \varepsilon \sin(x)$$

$$L = \left| \frac{f(E_0)f''(E_0)}{(f'(E_0))^2} \right| = 0.141633267 \dots < 1, \text{ d.h. die Konvergenzbedingung ist erfüllt.}$$

E_k	
0	2
1	2.376341956155751
2	2.354305393351647
3	2.354242758736385
4	2.354242758222781 = E_5

Lösung 5

$$F(x) = 2^{x-1}; s_1 = 1 \text{ und } s_2 = 2 \quad F'(x) = \frac{\ln(2)}{2} 2^x$$

$$F'(1) = \ln(2) < 1, \text{ d.h. } s_1 = 1 \text{ ist attraktiv}$$

$$F'(2) = 2 \ln(2) > 1, \text{ d.h. } s_2 = 2 \text{ ist abstossend}$$

$$x_0 < 1 \rightarrow s_1 \text{ oder } 1 < x_0 < 2 \rightarrow s_1$$

$$x_0 > 2 \text{ divergent}$$

Lösung 6

a) $s_1 = 8.87298 \dots$ und $s_2 = 1.1270 \dots$ $F'(x) = 0.2x$ daraus folgt, dass s_1 abstossend und s_2 attraktiv.

$$b) F^{-1}(x) = \sqrt{\frac{x-1}{0.1}} \quad q = (F^{-1})'(s_1) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \frac{1}{0.1} \simeq 0.56$$

x_k	
0	8
1	8.366600265340756
2	8.582890110761500
3	8.707979163251080
4	8.779509760374482
5	8.820152924056636
6	8.843162852767462
7	8.856163307418997
8	8.863500046493483
9	8.867637817645397
10	8.869970584869714
11	8.871285467658964
12	8.872026525917832