Klasse DP2a **NMMa3 - 3-te Klausur** 10. Februar 2005

Name:

erster Teil: ohne MATLAB

Aufgabe 1

Betrachten Sie die implizite Mittelpunktregel

$$k_1 = f(x_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{h}{2}\, k_1) \tag{1}$$

$$y_{k+1} = y_k + h\, k_1 \tag{2}$$

a) Bestimmen Sie das Stabilitätsgebiet dieser Methode.

b) Betrachten Sie das folgende Anfangswertproblem:

$$\ddot{x} + \omega^2\, x = 0$$
$$x(0) = \alpha$$
$$\dot{x}(0) = \beta$$

Bestimmen Sie für dieses Problem mit Hilfe von a) die Schrittweiten h so, dass die Methode stabil wird. Feststellung?.

Aufgabe 2

Gegeben ist die Differentialgleichung des gedämpften harmonischen Oszillators

$$\ddot{x} + 0.12\,\dot{x} + 2\,x = 0$$

mit den Anfangsbedingungen $x(0) = 1$ und $\dot{x}(0) = 0$

a) Schreiben Sie die Differentialgleichung zweiter Ordnung um in ein System von Differentialgleichungen erster Ordnung.

b) *exakte* Lösung des gegebenen AWP.

zweiter Teil: mit MATLAB

c) Zur approximativen Lösung des obigen AWP soll *die* klassische Methode von Runge – Kutta der Ordnung $p = 4$

$$k_1 = f(x_k, y_k) \tag{3}$$

$$k_2 = f(x_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{h}{2}\, k_1) \tag{4}$$

$$k_3 = f(x_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{h}{2}\, k_2) \tag{5}$$

$$k_4 = f(x_k + h, y_k + h\, k_3) \tag{6}$$

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{6}\,(k_1 + 2\,k_2 + 2\,k_3 + k_4) \tag{7}$$

programmiert werden.

d) Führen Sie mit dem Verfahren $n = 40$, $n = 50$ und $n = 60$ Integrationsschritte mit den Schrittweiten $h = 0.2$, $h = 0.1$ und $h = 0.01$ durch.

e) Stellen Sie die gerechnete Lösung graphisch dar (Orts–Zeit, bzw. Geschwindigkeits–Zeit Diagramme sowie als Phasenporträts)

f) Vergleichen Sie die numerischen Lösungen mit der *exakten* Lösung und stellen Sie die absoluten globalen Fehler graphisch dar.

g) Folgt die Approximation phasentreu der exakten Lösung ?