Klasse ET1b **MaE1 - 1-te Klausur** 20. Dezember 2004

Name:

Aufgabe 1

a) $s = \sum\limits_{k=0}^{n-1} (a-1)a^k$

b) Gegeben sind $a_n = \frac{4n}{2n-1}$ $n \in \mathbb{N}$ und $\varepsilon = 10^{-3}$

- Bestimmen Sie den Grenzwert a der Folge $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ für $n \longrightarrow \infty$.
- Bestimmen Sie die kleinste natürliche Zahl N so, dass $|a_n - a| < \varepsilon$ für $n > N$.

Aufgabe 2

Gegeben ist die quadratische Funktion $f(x) = x^2 + c$, wobei $c > 0$.

a) Bestimmen Sie die Tangenten an die Kurve $y = f(x)$ durch den Nullpunkt, sowie ihre Berührungspunkte.

b) Wie weit sind die Berührungspunkte voneinander entfernt?

c) graphische Darstellung
Einheiten auf beiden Achsen gleich: $1 \equiv 2$ Häuschen

Aufgabe 3

a) Stellen Sie $|x-2| - |y+1| \geq 1$ graphisch dar, *Fallunterscheidungen*.
Einheiten auf beiden Achsen gleich: $1 \equiv 2$ Häuschen

b) $s = \sum\limits_{k=-4}^{1} \max(20k, k+3, k^2, k^3)$

Aufgabe 4

a) Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist folgende Ungleichung erfüllt? $\frac{3}{|x-1|} \geq \frac{2}{x-2}$

b) Schreiben Sie s mit dem Summenzeichen

$$s = 1 - \frac{1}{2}\left(2 \cdot 3\,x - 3 \cdot 4\,x^2 + 4 \cdot 5\,x^3 - 5 \cdot 6\,x^4 \pm \ldots\right)$$

mit $n+1$ Summanden.

Aufgabe 5

Die Summe der ersten drei Glieder einer geometrischen Folge ist 78, die Summe *aller* restlichen Glieder ist 3. Bestimmen Sie die ersten drei Glieder dieser Folge.

Aufgabe 6

$$\text{Gegeben:} \quad \sum_{k=1}^{20} (5x_k - 1) = 0 \qquad \text{und} \qquad \sum_{i=-1}^{18} (4x_{i+2} - 1)^2 = 0$$

$$\text{Gesucht:} \quad s = \sum_{k=1}^{20} \left\{ 2x_k - 3 \cdot \sum_{j=2}^{21} (-x_{j-1} + 1)^2 \right\}$$

MaE1 Lösungen 1-te Klausur

Lösung 1

a) $s = a^n - 1$

b)
- $a = \lim_{n\to\infty} a_n = 2$
- $|\frac{2}{2n-1}| < \varepsilon$, d.h. $2 \cdot 1000 < 2n - 1$, womit $N = 1000$

Lösung 2

a) $y = mx$, wobei $m_{1.2} = \pm 2 \cdot \sqrt{c}$ mit den Berührungspunkten $B_{1.2} = (\pm\sqrt{c}/2c)$

b) Abstand $d = 2 \cdot \sqrt{c}$

c) Graphik

Lösung 3

a) 1. Fall a) $x \geq 2$ und $y \geq -1$, $g_a:\ x - y \geq 4$
1. Fall b) $x \geq 2$ und $y < -1$, $g_b:\ x + y \geq 2$
2. Fall a) $x < 2$ und $y \geq -1$, $g_c:\ -x - y \geq 0$
2. Fall b) $x < 2$ und $y < -1$, $g_d:\ -x + y \geq -2$

b) $s = 16 + 9 + 4 + 2 + 3 + 4 = 38$

Lösung 4

a) $x \neq 1$ und $x \neq 2$, also $3 \geq \frac{2\cdot|x-1|}{x-2}$
1. Fall a) $x > 2$ und $x > 1$, $x \geq 4$
1. Fall b) $x > 2$ und $x < 1$, Wid,
2. Fall a) $x < 2$ und $x > 1$, $1 < x < 2$
2. Fall b) $x < 2$ und $x < 1$, $x < 1$
somit $x \in [4, \infty) \cup (1, 2) \cup (-\infty, 1)$

b)

$$s = 1 - \frac{1}{2}\sum_{k=2}^{n+1}(-1)^k k(k+1)x^{k-1}$$

Lösung 5

$s = \sum_{k=1}^{\infty} a_k = 78 + 3 = 81 = a_1\,\frac{1}{1-q}$, $a_1(1 + q + q^2) = 78$, woraus $81(1 - q^3) = 78$ folgt und somit $q^3 = \frac{1}{27}$, also $q = \frac{1}{3}$.
Da $a_1 = 81(1 - q) = 54$, erhalten wir daraus $a_2 = a_1 \cdot q = 18$ und $a_3 = a_2 \cdot q = 6$

Lösung 6

$$\sum_{j=k}^{20} x_k = 4 \qquad \sum_{i=1}^{20} x_i^2 = \frac{3}{4} \qquad -3 \cdot \sum_{j=1}^{20}\left(x_j^2 - 2x_j + 1\right) = -3 \cdot \frac{3}{4} + 6 \cdot 4 - 3 \cdot 20 = -\frac{153}{4}$$

$$s = 2 \cdot \sum_{k=1}^{20} x_k - 20 \cdot \frac{153}{4} = 2 \cdot 4 - 5 \cdot 153 = -757$$