

--	--	--	--	--	--	--	--

Name:

Aufgabe 1

a) $s_a = -12 + 14 - 16 + \dots + 118$. Schreiben Sie s_a mit $\sum_{k=2}^{\dots} \dots$, Anzahl Summanden?

b) Bestimmen Sie

$$s_b = \sum_{i=1}^2 \left\{ \prod_{k=i+1}^{2i} \left(\frac{2k+1}{2k-1} \right) \right\}.$$

Aufgabe 2

a) Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ und $d = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

- Bestimmen Sie AB , BA und $c = d \cdot d^T \cdot d$.
- Ist die Summe $AB + BA$ definiert? (mit Begründung)

b) Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$, und $\vec{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie c_1 so, dass $2\vec{a} - \vec{b}$ und \vec{c} linear abhängig sind.

Aufgabe 3

In einem Quadrat $ABCD$ liegt der Punkt E auf BC und der Punkt F auf AD so, dass $\overline{BE} = \frac{1}{3}\overline{CB}$ und $\overline{DF} = \frac{1}{3}\overline{DA}$.

Die Geraden $g = g(A, E)$ und $h = h(B, F)$ schneiden sich in G . Welchen Bruchteil von \overline{AE} macht die Strecke \overline{GE} aus?

Fertigen Sie eine Skizze an bevor Sie rechnen!

Lösung 1

a) $s_a = \sum_{k=2}^{55} (-1)^{k-1} (2k + 8)$, s_a hat 54 Summanden.

b) $s_b = \prod_{k=2}^2 \left(\frac{2k+1}{2k-1} \right) + \prod_{k=3}^4 \left(\frac{2k+1}{2k-1} \right) = \frac{5}{3} + \frac{7}{5} \cdot \frac{9}{7} = \frac{52}{15}$

Lösung 2

a) • $AB = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 7 & -6 \end{pmatrix}$, $BA = \begin{pmatrix} -5 & -2 & -8 \\ 4 & -2 & 4 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ und $c = 14 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

• $AB = 2 \times 2$ - Matrix und $BA = 3 \times 3$ - Matrix, deshalb ist die Summe nicht definiert.

b) $2\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \mu \begin{pmatrix} c_1 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \mu = -\frac{1}{2} \Rightarrow c_1 = 2.$

Lösung 3

Figur.

Z.B. mit $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ und $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ erhalten wir $\overrightarrow{GE} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{AE}$