Klasse WI07b **MLAN2 - erster Test** 31. März 2008

Name:

Aufgabe 1

a) Lösen Sie folgende trigonometrische Gleichung:

$$1 - \frac{1}{\sin(x)} = -6\sin(x) \qquad \textit{alle}\ \text{Lösungen.}$$

b) Vereinfachen Sie die Summe s_b soweit wie möglich:

$$s_b = \sin\left(\frac{\pi}{3} + \varphi\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3} - \varphi\right) + \sin\left(-\frac{\pi}{3} + \varphi\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{3} - \varphi\right).$$

Aufgabe 2

a) Bestimmen Sie die Kondition des Problems

$$H(x) = \sqrt{x^2 - 3} - \sqrt{x^2 - 1}$$

für $x > 0$, x gross, d.h. den Grenzfall für $x \longrightarrow \infty$.

b) Vemeiden Sie, falls möglich, die Auslöschung bei der Berechnung von $H(x)$.

Aufgabe 3

Gegeben ist ein lineares Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -6 & -3 \\ 2 & 0 & 6 \\ -4 & 7 & 4 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} -3 \\ -22 \\ 3 \end{pmatrix}$$

a) Bestimmen Sie mit der *relativen Kolonnenmaximum–Strategie* die $LR-$ Zerlegung von A, d.h. $LR = PA$.

b) Lösen Sie mit Hilfe der Zerlegung aus a) das Gleichungssystem $Ax = b$.

MLAN2 Lösungen erster Test 31.03.08

Lösung 1

a) $6\sin^2(x)+\sin(x)-1=0$, $u:=\sin(x) \Longrightarrow u_1=\frac{1}{3}$ und $u_2=-\frac{1}{2}$

- $u_1=\frac{1}{3}$: $x_k=\arcsin\left(\frac{1}{3}\right)+k\,2\pi$ bzw. $x_k=\pi-\arcsin\left(\frac{1}{3}\right)+k\,2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.
- $u_2=-\frac{1}{2}$: $x_k=\frac{7\pi}{6}+k\,2\pi$ bzw. $x_k=\frac{11\pi}{6}+k\,2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

b) $s_b=2\{\sin\left(\frac{\pi}{3}+\varphi\right)-\sin\left(\frac{\pi}{3}-\varphi\right)\}=2\sin(\varphi)$

Lösung 2

a) $H'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2-3}}-\frac{x}{\sqrt{x^2-1}} \Longrightarrow \kappa_H(x)=\frac{x^2}{\sqrt{x^2-3}\sqrt{x^2-1}}$
$\lim_{x\to\infty}\kappa_H(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{3}{x^2}}\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}=1$, d.h. die Kondition ist gut, die Auslöschung kann vermieden werden.

b) erweitern mit $\sqrt{x^2-3}+\sqrt{x^2-1} \Longrightarrow H(x)=-\frac{2}{\sqrt{x^2-3}+\sqrt{x^2-1}}$

Lösung 3

a)

$$L=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ -\frac{3}{4} & 1 & 0\\ -\frac{1}{2} & -\frac{14}{3} & 1\end{pmatrix}\qquad R=\begin{pmatrix}-4 & 7 & 4\\ 0 & -\frac{3}{4} & 0\\ 0 & 0 & 8\end{pmatrix}\qquad P=\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$$

b)
- erster Schritt: $Lc=Pb \Longrightarrow c=\begin{pmatrix}3\\ -\frac{3}{4}\\ -24\end{pmatrix}$
- zweiter Schritt: $Rx=c \Longrightarrow x=\begin{pmatrix}-2\\ 1\\ -3\end{pmatrix}$