

--	--	--	--	--	--	--	--

Name:

**Aufgabe 1**

In einem Quadrat  $ABCD$  liegt der Punkt  $E$  auf  $CD$  und der Punkt  $F$  auf  $AB$  so, dass  $\overline{CE} = \frac{1}{3}\overline{CD}$  und  $\overline{AF} = \frac{1}{4}\overline{AB}$ .

Die Geraden  $g = g(B, E)$  und  $h = h(C, F)$  schneiden sich in  $G$ . Welchen Bruchteil von  $\overline{BE}$  macht die Strecke  $\overline{GE}$  aus?

Fertigen Sie eine Skizze an bevor Sie rechnen!

**Aufgabe 2**

a)  $s_a = -2y + 4y^3 - 6y^5 + \dots$

Schreiben Sie  $s_a$  mit  $\sum_{j=0}^{\dots}$  mit 128 Summanden. Wie lautet der letzte Summand (inkl. Vorzeichen)?

b)

$$s_b = \sum_{m=1}^2 \left( \sum_{n=0}^M n^m \right)$$

**Aufgabe 3**

a) Gegeben sind die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie, falls möglich die folgenden Ausdrücke:

$$2 \cdot A^T + C \quad (A \cdot B)C \quad 2 \cdot B - C \quad C \cdot C^T$$

b) Gegeben sind die Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$  und  $\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ .

Bestimmen Sie für  $\vec{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ 6 \end{pmatrix}$  die ersten beiden Komponenten so, dass  $\vec{d}$  und  $\vec{a} + 2\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c}$

linear abhängig werden.

**Lösung 1**

Figur.

Z.B. mit  $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$  und  $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$  erhalten wir  $\overrightarrow{GE} = \frac{4}{13} \cdot \overrightarrow{BE}$ **Lösung 2**

$$\text{a) } s_a = \sum_{j=0}^{127} (-1)^{j+1} (2j+2)y^{2j+1}, \text{ der letzter Summand lautet: } +256y^{255}.$$

$$\text{b) } s_b = \sum_{n=0}^M n + \sum_{n=0}^M n^2 = \sum_{n=1}^M n + \sum_{n=1}^M n^2 = \frac{M(M+1)}{2} \left( \frac{2M+4}{3} \right) = \frac{1}{3} M(M+1)(M+2)$$

**Lösung 3**

$$\text{a) } \bullet 2 \cdot A^T + C = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix},$$

$$\bullet AB = \begin{pmatrix} 12 & -3 \\ -4 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \text{ und } (AB)C = \begin{pmatrix} 3 & 45 & 9 \\ 11 & -11 & 17 \\ 7 & 17 & 13 \end{pmatrix}$$

•  $2 \cdot B - C$  ist nicht definiert

$$\bullet C \cdot C^T = \begin{pmatrix} 21 & 17 \\ 17 & 35 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } 2\vec{a} + 2\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \mu \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ 6 \end{pmatrix} \implies \mu = \frac{1}{2} \implies d_1 = 2 \text{ und } d_2 = -4.$$