

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Name:

Aufgabe 1 *neu*

a) $s_a = -2x + 4x^3 - 6x^5 + \dots$

Schreiben Sie s_a mit $\sum_{k=0}^{\dots}$ mit 128 Summanden. Wie lautet der letzte Summand?

b)

$$s_b = \sum_{m=1}^2 \left(\sum_{n=0}^N n^m \right)$$

Aufgabe 2 *neu*

In einem Quadrat $ABCD$ liegt der Punkt E auf CD und der Punkt F auf AB so, dass $\overline{CE} = \frac{1}{3} \overline{CD}$ und $\overline{AF} = \frac{1}{4} \overline{AB}$.

Die Geraden $g = g(B, E)$ und $h = h(C, F)$ schneiden sich in G . Welchen Bruchteil von \overline{BE} macht die Strecke \overline{GE} aus?

Fertigen Sie eine Skizze an bevor Sie rechnen!

Aufgabe 3 *neu*

a) Gegeben sind die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie, falls möglich die folgenden Ausdrücke:

$$2 \cdot A^T + C \quad (A \cdot B)C \quad 2 \cdot B - C \quad C \cdot C^T$$

b) Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$.Bestimmen Sie für $\vec{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ 6 \end{pmatrix}$ die ersten beiden Komponenten so, dass \vec{d} und $\vec{a} + 2\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c}$

linear abhängig werden.

Aufgabe 4 neu

Gegeben ist

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 2 \\ 1 & -7 & 6 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie

$$s_1 = \sum_{k=1}^4 \left(\sum_{l=1}^3 a_{kl} \right) \quad \text{und} \quad s_2 = \sum_{j=1}^3 \left(\sum_{i=1}^{j+1} a_{ij} \right)$$

a)

b)

Aufgabe 5 neu

a) $s = 2x - 4x^3 + 6x^5 - + \dots$

Schreiben Sie s mit $\sum_{k=1}^{\dots}$ mit 128 Summanden. Wie lautet der letzte Summand?

b) $s = \sum_{n=1}^N \left(\sum_{k=n}^{2n} (2k-1) \right)$

Aufgabe 6 alt

a) $s_a = -12 + 14 - 16 + - \dots + 118$. Schreiben Sie s_a mit $\sum_{k=2}^{\dots} \dots$, Anzahl Summanden?

b) Bestimmen Sie

$$s_b = \sum_{i=1}^2 \left\{ \prod_{k=i+1}^{2i} \left(\frac{2k+1}{2k-1} \right) \right\}.$$

Aufgabe 7 alt

a) Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ und $d = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

- Bestimmen Sie AB , BA und $c = d \cdot d^T \cdot d$.
- Ist die Summe $AB + BA$ definiert? (mit Begründung)

b) Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$, und $\vec{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie c_1 so, dass $2\vec{a} - \vec{b}$ und \vec{c} linear abhängig sind.

Aufgabe 8 alt

In einem Quadrat $ABCD$ liegt der Punkt E auf BC und der Punkt F auf AD so, dass $\overline{BE} = \frac{1}{3} \overline{CB}$ und $\overline{DF} = \frac{1}{3} \overline{DA}$.

Die Geraden $g = g(A, E)$ und $h = h(B, F)$ schneiden sich in G . Welchen Bruchteil von \overline{AE} macht die Strecke \overline{GE} aus?

Fertigen Sie eine Skizze an bevor Sie rechnen!

Lösung 1

a) $s_a = \sum_{k=2}^{55} (-1)^{k-1} (2k + 8)$, s_a hat 54 Summanden.

b) $s_b = \prod_{k=2}^2 \left(\frac{2k+1}{2k-1} \right) + \prod_{k=3}^4 \left(\frac{2k+1}{2k-1} \right) = \frac{5}{3} + \frac{7}{5} \cdot \frac{9}{7} = \frac{52}{15}$

Lösung 2

a) • $AB = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 7 & -6 \end{pmatrix}$, $BA = \begin{pmatrix} -5 & -2 & -8 \\ 4 & -2 & 4 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ und $c = 14 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

• $AB = 2 \times 2$ - Matrix und $BA = 3 \times 3$ - Matrix, deshalb ist die Summe nicht definiert.

b) $2\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \mu \begin{pmatrix} c_1 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \mu = -\frac{1}{2} \Rightarrow c_1 = 2.$

Lösung 3

Figur.

Z.B. mit $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ und $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ erhalten wir $\overrightarrow{GE} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{AE}$