Klasse WI08b **MLAN2 - erster Test** 16. März 2009

Name:

Aufgabe 1

Gegeben ist das lineare Gleichungssystem

$$Ax = b \tag{1}$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 7 \\ -5 & 0 & 3 \\ 0 & -10 & 0 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

a) Bestimmen Sie die $LR-$ Zerlegung von A mit der *relativen Kolonnen–Maximumstrategie*.

b) Bestimmen Sie die Lösung von (1) mit Hilfe von a).

Aufgabe 2

a) Vereinfachen Sie den Ausdruck

$$\frac{1}{1-\tan(x)} - \frac{1}{\cot(x)-1}$$

soweit wie möglich.

b) Gegeben ist die Gleichung

$$\cos(x) + \cot(x) = 1 + \sin(x) \tag{2}$$

Bestimmen Sie alle Lösungen von (2).

Aufgabe 3

a) Gegeben ist die Matrix

$$U = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & -1 \\ -5 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & u & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad u \in \mathbb{R}.$$

Wie gross muss u sein, damit $Ux = 0$ nicht–triviale Lösungen hat.

b) Student X behauptet für

$$H(a) = \sqrt{a^2 - 1} \qquad a \longrightarrow 1 \quad a > 1$$

könne er die Auslöschung vermeiden. Hat er Recht? (*mit* Begründung)

MLAN2 Lösungen erster Test 16.03.09

Lösung 1

a)

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{2}{5} & -\frac{1}{10} & 1 \end{pmatrix} \qquad R = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 3 \\ 0 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{29}{5} \end{pmatrix}$$

b) 1. Schritt: $Lc = Pb \Longrightarrow c = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix}$

2. Schritt: $Rx = c \Longrightarrow x = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Lösung 2

a) 1

b) Mit $\cot(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$ erhalten wir:

$$\cos(x)\,[1 + \sin(x)] = \sin(x)\,[1 + \sin(x)] \quad \Longleftrightarrow \quad [\cos(x) - \sin(x)] \cdot [1 + \sin(x)] = 0$$

Lösungen:

- $\cos(x) - \sin(x) = 0 \Longleftrightarrow \tan(x) = 1$, d.h. $x_k = \frac{\pi}{4} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- $1 + \sin(x) = 0 \Longleftrightarrow \sin(x) = -1$, d.h. $x_k = \frac{3\pi}{2} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Lösung 3

a) $\det(U) = 0$, Enwicklung nach der 2-ten oder 4-ten Spalte: $\det(U) = 10 - 2u = 0 \Longrightarrow u = 5$.

b) $\kappa_H(a) = \frac{a^2}{(a^2-1)} \Longrightarrow \lim\limits_{a \to 1, a > 1} \kappa_H(a) =$ „∞“, d.h. die Kondition wird beliebig gross, er hat *nicht* Recht.