Klasse WI08c **MLAN2 - erster Test** 25. März 2009

Name:

Aufgabe 1

a) Vereinfachen Sie den Ausdruck

$$s_a = \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) - \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

soweit wie möglich.

b) Gegeben ist die Gleichung

$$(1) \qquad \cos(2x) = 3\cos(x) - 2$$

Bestimmen Sie alle Lösungen von (1).

Aufgabe 2

Gegeben ist das lineare Gleichungssystem

$$(2) \qquad Ax = b$$

mit

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \\ 3 & 10 & 6 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

a) Bestimmen Sie die $LR-$ Zerlegung von A mit der *relativen Kolonnen–Maximumstrategie*.

b) Bestimmen Sie die Lösung von (2) mit Hilfe der $LR-$ Zerlegung aus a).

Aufgabe 3

a) Gegeben ist die Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 & 11 \\ 0 & \frac{1}{2} & 3 & 8 \\ b & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \qquad b \in \mathbb{R}.$$

Wie gross muss b sein, damit $Bx = 0$ nicht–triviale Lösungen hat.

b) Student XY behauptet für

$$H(a) = \frac{1}{4 - a^2} \qquad a \longrightarrow 2 \quad a > 2$$

könne er die Auslöschung vermeiden. Hat er Recht? (*mit* Begründung)

MLAN2 Lösungen erster Test 25.03.09

Lösung 1

a) $s_a = (\sqrt{2}+1) \cdot \cos(x)$

b) Mit $\cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1$ erhalten wir:

$$2\cos^2(x) - 3\cos(x) + 1 = 0$$

Substitution: $u := \cos(x) \Longrightarrow 2u^2 - 3u + 1 = 0 \Longrightarrow u_1 = 1$ und $u_2 = \frac{1}{2}$
Lösungen:

- $\cos(x) = 1 \Longrightarrow x_k = k \cdot 2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- $\cos(x) = \frac{1}{2} \Longrightarrow x_k = \pm\frac{\pi}{3} + k \cdot 2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Lösung 2

a)

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{6} & 1 & 0 \\ \frac{1}{3} & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad R = \begin{pmatrix} 3 & 10 & 6 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

b) 1. Schritt: $Lc = Pb \Longrightarrow c = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$

2. Schritt: $Rx = c \Longrightarrow x = \begin{pmatrix} 8 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

Lösung 3

a) $\det(B) = 0$, Entwicklung nach der 1-ten Spalte, z.B.: $\det(B) = 12 + 34b = 0 \Longrightarrow b = -\frac{6}{17}$.

b) $\kappa_H(a) = \frac{2a^2}{(4-a^2)} \Longrightarrow \lim\limits_{a\to 2, a>2} \kappa_H(a) =$ „∞“, d.h. die Kondition wird beliebig gross, er hat *nicht* Recht.