Klasse WI09t **MLAN1 - erster Test** 16. Oktober 2009

**Name:**

## Aufgabe 1

a) $s_a = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{4} \cdot 3 - \frac{1}{8} \cdot 5x + \frac{1}{16} \cdot 7x^2 - + \ldots$

Schreiben Sie $s_a$ mit $\sum\limits_{j=0}^{\cdots}$ mit $64$ Summanden. Wie lautet der letzte Summand (inkl. Vorzeichen)?

b) Gegeben ist $\sum\limits_{j=0}^{19} (4x_{j+1} - 2) = 0.$

Gesucht ist $s_b = \sum\limits_{j=2}^{21} \left(2x_{j-1} - \frac{1}{2}\right).$

## Aufgabe 2

In einem Quadrat $ABCD$ liegt der Punkt $E$ auf $BC$ und der Punkt $F$ auf $CD$ so, dass $\overline{BE} = \frac{1}{4}\,\overline{BC}$ und $\overline{CF} = \frac{1}{3}\,\overline{CD}$.
Die Geraden $g = g(A, F)$ und $h = h(D, E)$ schneiden sich in $G$. Welche Bruchteile machen die Strecken $\overline{AG}$ und $\overline{DG}$ von $\overline{AF}$ bzw. $\overline{DE}$ aus?
Fertigen Sie eine Skizze an bevor Sie rechnen!

## Aufgabe 3

a) Gegeben sind die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad d = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie, falls möglich, die folgenden Ausdrücke:

$$\left(A^T - B\right) \qquad (A - B) \qquad \left(d \cdot d^T\right) \cdot d \qquad (A \cdot B)^T$$

b) Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ c_2 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie für $\vec{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}$ die erste und für $\vec{c}$ die zweite Komponente so, dass $\vec{d}$ und $\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ linear abhängig werden.

**MLAN1 Lösungen erster Test 16.10.09**

**Lösung 1**

a)

$$s_a = \sum_{j=0}^{63} (-1)^{j+1} \frac{(2j+1)}{2^{(j+1)}} x^{(j-1)},$$

der letzte Summand lautet:

$$(-1)^{j+1} \frac{(2j+1)}{2^{(j+1)}} x^{(j-1)} \Big|_{j=63} = +\frac{127}{2^{64}} x^{62}.$$

b)

$$\sum_{j=1}^{20} x_j = 10 \qquad \Longrightarrow \qquad s_b = 10.$$

**Lösung 2**

Figur.
Z.B. mit $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ und $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ erhalten wir

$$\overline{AG} = \frac{2}{3} \cdot \overline{AF} \qquad \text{bzw.} \qquad \overline{DG} = \frac{4}{9} \cdot \overline{DE}$$

**Lösung 3**

a)
- $\left(A^T - B\right) = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -3 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$,
- $(A - B)$ ist nicht definiert
- $(d \cdot d^T) = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ -3 & 9 & -12 \\ 4 & -12 & 16 \end{pmatrix}$ und $(d \cdot d^T) \cdot d = \begin{pmatrix} 26 \\ -78 \\ 104 \end{pmatrix}$
- $AB = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 7 & -6 \end{pmatrix}$ und $(AB)^T = \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ -4 & -6 \end{pmatrix}$

b) $\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 + 2c_2 \\ 4 \end{pmatrix} = \mu \begin{pmatrix} d_1 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} \Longrightarrow \mu = \frac{2}{3} \Longrightarrow c_2 = -2$ und $d_1 = 9$.