Klasse ST13a **MAE2 erster Test** 25. März 2014

Name:

Aufgabe 1

a) $\lim\limits_{z\to\infty} z\cdot\left(b^{1/z}-1\right) \quad b>0,\ b\neq 1$ b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(x)-x}{x-\tan(x)}$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die folgenden Stammfunktionen:

a)

$$F_a(x)=\int x^3\cdot\frac{x^2+1}{x}\,dx$$

b)

$$F_b(a)=\int\left(a^x-x^a\right)\,da$$

c)

$$F_c(z)=\int e^{-x}\cdot\cos(xz)\,dz$$

d)

$F_d(y)=\int\sin(y)\cdot\cos(2y)\,dy$ schreiben Sie den Integranden mit Hilfe der Trigonometrie als Summe

Aufgabe 3

In der untenstehenden Abbildung ist der Querschnitt eines Tunnels gegeben.
Die *Parabel* $f(x)=-\frac{1}{4}x^2+6x-32$ beschreibt die Höhe der Innenwand an der Stelle x (in Metern). Die horizontale Trennlinie markiert die *Zwischendecke*, welche die Lüftung vom Fahrraum (schraffierte Fläche) abtrennt.

MAE2 Lösungen erster Test 25.03.14

Lösung 1

mit Hilfe von "Bernoulli":

a) $\ln(b)$, falls $b > 0$, $b \neq 1$

b) $\frac{1}{2}$

Lösung 2 *neu*

a) $F_a(x) = \frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3} + C$

b) $F_b(a) = \frac{a^{x+1}}{x+1} - \frac{1}{\ln(x)} x^a + C$, $x =$konstant, bei Integration über a

c) $F_c(z) = e^{-x}\left(-\frac{1}{x}\right) \cdot \sin(xz) + C$, $x =$konstant, bei Integration über z

d) $\sin(y) \cdot \cos(2y) = \frac{1}{2}(\sin(-y) + \sin(3y))$ und damit

$$F_d(y) = \frac{1}{2}\left(\cos(-y) - \frac{1}{3}\cos(3y)\right) + C$$

Lösung 3 *neu*

a)

$$y = f(x) = -\frac{1}{4}\left((x-12)^2 - 16\right) = -\frac{1}{4}(x-12)^2 + 4 \qquad \Longrightarrow \qquad S(12, 4)$$

b) Höhe $h = f(11) = f(13) = \frac{15}{4}$ Meter

c) NS der Parabel: $x_1 = 8$ und $x_2 = 16$
Querschnitt:

$$Q = \frac{15}{4} \cdot 2 + 2\int_8^{11} f(x)\,dx = \frac{15}{2} + \frac{27}{2} = 21 \text{ m}^2$$