SCHULLEITUNG

VORDIPLOMPRüFUNG

Abteilung: ET

Jahr: 2001

Blatt 1

Experte: D. Stoffer

Klasse: ET1b

Datum: 17.September 2001

Lehrer: H. Ungricht

Zeit: 08.00 - 11.00 h

LöSUNGEN ZUR SCHRIFTLICHEN PRüFUNG IN MATHEMATIK

Aufgabe 1

$0 \le x_0 \le 1$, symmetrisch zur y – Achse. Fläche $F_{ABC}(x_0) = \dfrac{\left(1+x_0^2\right)^2}{2x_0}$.

$F'(x_0) = \dfrac{2 \cdot \left(1+x_0^2\right) \cdot 2x_0 \cdot 2x_0 - 2 \cdot \left(1+x_0^2\right)^2}{4x_0^2} = 0$ genau dann, falls $x_0 = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$. $F_{\min} = \dfrac{8}{9} \cdot \sqrt{3}$

Aufgabe 2

a) $\alpha \ne -6$

b) $\alpha = -6$ und $\beta = 4$, $\infty -$ lich viele Lösungen mit einem freien Parameter, $r = 3$

c) $\alpha = -6$ und $\beta \ne 4$.

d) Lösungen: $x = \begin{pmatrix} -10 \\ -5 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad \mu \in R \quad$ $w = \mu =$ freier Parameter.

Verteiler:

Spätestens bis Prüfungsbeginn: 1 Exemplar zH. Archiv
je 1 Exemplar zH. des Experten

H/kh/VD.LAS.F/P-53

Aufgabe 3

Parabel: $y-3=a\cdot(x+2)^2$

Punkt A einsetzen: $-16=a\cdot(2+2)^2=16a$, somit $a=-1$.

Parabel: $y=p_2(x)=-x^2-4x-1$

$f(6)=1$ und $f'(x)=4\cdot(x-5)^3$, $f'(6)=4$.

Für die Parabel: $p_2'(x)=-2x-4$, also $p_2'(x_0)=4$ und somit $x_0=-4$ mit $p_2(x_0)=-1$.

D.h. man hat eine Translation von $(-4/-1)$ nach $(6/1)$ durchzuführen.

Gleichung der verschobenen Parabel:

$p_2(x)-2=-(x-10)^2-4\cdot(x-10)-1$ und somit $y=\tilde{p}_2(x)=-x^2+16x-59$

Aufgabe 4

$D(2/-2/-8)$ und $E(4/-10/-1)$. $V=648$.

Aufgabe 5

$Q(x)=y\cdot z=\sqrt{16-4x}\cdot\sqrt{16-x^2}=2\cdot(4-x)\cdot\sqrt{4+x}$ für $0\le x\le 4$.

$$V=\int_0^4 Q(x)\,dx=2\cdot\int_0^4(4-x)\cdot\sqrt{4+x}\,dx=8\cdot\int_0^4\sqrt{4+x}\,dx-2\cdot\int_0^4 x\cdot\sqrt{4+x}\,dx$$

zweites Integral mit partieller Integration

$$V=8\cdot\tfrac{2}{3}\cdot(4+x)^{3/2}\Big|_0^4-2\cdot\left\{x\cdot\tfrac{2}{3}(4+x)^{3/2}\Big|_0^4-\tfrac{4}{15}\cdot(4+x)^{5/2}\Big|_0^4\right\}=\tfrac{1024\sqrt{2}-896}{15}=\frac{128}{15}\cdot\left(8\sqrt{2}-7\right)$$

Aufgabe 6

a) $a=1$

b) $\lambda_1=1$ doppelt $E_{\lambda_1}=span\left\{\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}\right\}$

$\lambda_2=4$ einfach $E_{\lambda_2}=span\left\{\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}\right\}$

c) orthonormierte Basis:

$$b_1=\tfrac{1}{\sqrt{2}}\cdot\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}\qquad b_2=\tfrac{1}{\sqrt{6}}\cdot\begin{pmatrix}-1\\2\\-1\end{pmatrix}\qquad b_3=\tfrac{1}{\sqrt{3}}\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$$