1. Vordiplomprüfung 2002

Zürcher Hochschule Winterthur

Mitglied
der Zürcher
Fachhochschul

Studiengang:	DP	Expertinnen/Experten:	C. Wissler
Jahr:	2002		

Klasse:	DP1a	Datum:	2.9.02
Dozentin/Dozent:	H. Ungricht, K. Weber	Zeit:	8:00 – 11:00

Schriftliche Prüfung Mathematik und numerischer Mathematik

Erlaubte Hilfsmittel: Handgeschriebene Zusammenfassung

- Jede Aufgabe ist auf einem separaten Blatt zu lösen
- Die Lösungswege müssen auf dem Blatt vollständig ersichtlich sein
- Jede Aufgabe wird gleich gewichtet

Verteiler:

Kandidatinnen/Kandidaten:	Die Aufgabenstellung muss mit den Lösungsblättern nach der Prüfung den Dozierenden abgegeben werden.
spätestens eine Woche vor Prüfungsbeginn:	Exemplar (ohne Beilagen) zH. Schulsekretariat je 1 Exemplar zH. der beteiligten Expertinnen/Experten

Aufgabe 1.

a） Man berechne die Matrix e^{tA} für

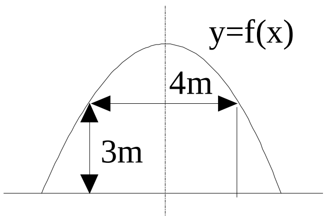
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

b） Man ermittle die Lösung des linearen Differentialgleichungssystems

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= x(t) + 2y(t) \\ \dot{y}(t) &= 2x(t) + 3y(t) \end{aligned}$$

unter der Anfangsbedingung x（0） = 1, y（0） = 1.

Aufgabe 2.



Der Querschnitt eines Tunnels ist ein Parabelsegment, erzeugt durch die quadratische Funktion f. 3 m über dem Boden soll der Tunnel 4 m breit sein. Für welche Funktion f wird die Querschnittsfläche des Tunnels extremal ? Handelt es sich um ein Minimum oder um ein Maximum?

Aufgabe 3.

Man diskutiere das folgenden Bifurkationsproblem mit dem Parameter r.

$$\dot{x}(t) = x(t) - \frac{r x(t)^3}{1 + x(t)^2}$$

a） Man bestimme den Bifurkationspunkt und zeichne das Bifurkationsdiagramm. Dabei ist der Stabilitätstyp der Singularitäten mit darzustellen.
b） Man skizziere die Lösungen der Gleichung für je einen Wert von r oberhalb und unterhalb des Bifurkationspunktes.

Aufgabe 4.

Gegeben sind folgende beiden Geraden g und h in Parameterdarstellung.

$$g: (0,0,1) + \mu(-1,0,1) \qquad h: (0,1,0) + \upsilon(1,1,-1)$$

Man ermittle eine Parameterdarstellung der Transversalen t von g und h, welche auf g und h rechtwinklig steht (Minimaltransversale von g und h). Man berechne die Koordinaten der Schnittpunkte von t und g bzw. von t und h.

Beachten Sie die beiden Aufgaben auf der folgenden Seite

Aufgabe 5.

Gegeben ist folgendes lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcl} -x_1 & + & \alpha x_2 & + & 2x_3 & = & 0 \\ 2x_1 & - & 6x_2 & + & x_3 & = & 1 \\ x_1 & - & 3x_2 & + & \alpha x_3 & = & \beta \end{array}$$

Für welche Werte der Parameter α und β gibt es

a) Keine
b) Genau eine
c) Unendlich viele Lösungen mit wie vielen freien Parametern?

Geben Sie für c) die Lösungen mit dem jeweiligen Rang r an.

Aufgabe 6.

Berechnen Sie mit der Trapezmethode das Integral

$$I = \int_1^{1.5} \frac{2-x}{x^2}\,dx$$

Verwenden Sie dabei 0, 2, 4 und 8 Teilintervalle.

a) Trapezwerte T_0, T_2, T_4 und T_8

b) Geben Sie für diese Zerlegungen des Intervalls [1,1.5] eine obere Schranke für den maximal möglichen absoluten Fehler an. Vergleichen Sie diese Schranken mit den tatsächlichen absoluten Fehlern (Dazu brauchen Sie den exakten Wert des Integrals).

c) Wie gross kann der absolute Fehler bei der letzten Zerlegung maximal werden, falls dort die Methode von Simpson verwendet wird?