Lösungen

Kurz-Aufgaben, **ohne** Hilfsmittel

Aufgabe 1

$m=3$ und $n=5$, vorzeitiger Abbruch nach zwei Schritten, also Rang $r=2$.

x_3, x_4, x_5 sind freie Parameter, wobei $x_{k+2}=\mu_k$, $k=1,2,3$.

Lösungen: $x=\begin{pmatrix}-1\\-2\\0\\0\\0\end{pmatrix}+\mu_1\begin{pmatrix}2\\2\\1\\0\\0\end{pmatrix}+\mu_2\begin{pmatrix}-3\\-1\\0\\1\\0\end{pmatrix}+\mu_3\begin{pmatrix}-1\\0\\0\\0\\1\end{pmatrix}$ $\qquad \mu_1,\mu_2,\mu_3\in\mathbb{R}$

Aufgabe 2

$d=2$, Eigenvektoren: zu $\lambda_1=1$: $v_1=\mu_1\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$ $\mu_1\in\mathbb{R}$ und zu $\lambda_2=3$: $v_2=\mu_2\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ $\mu_2\in\mathbb{R}$

Diagonalisierung von A: $T=\begin{pmatrix}-1&1\\1&1\end{pmatrix}$ und somit $T^{-1}AT=D=\begin{pmatrix}1&0\\0&3\end{pmatrix}$

Aufgabe **mit** Hilfsmitteln:

a) $a=0$ und $b=2$ und somit $C=\begin{pmatrix}0&1&-2\\0&-1&2\\-1&-1&1\end{pmatrix}$

b) EWP von C: Eigenwerte $\lambda_1=0$, $\lambda_2=1$, $\lambda_3=-1$

Eigenvektoren: zu $\lambda_1=0$ $v_1=\mu_1\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix}$, zu $\lambda_2=1$ $v_2=\mu_2\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$, zu $\lambda_3=-1$ $v_3=\mu_3\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$

c) Und daraus $T=\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\2&1&1\\1&1&0\end{pmatrix}$ und $T^{-1}=\begin{pmatrix}1&1&0\\-1&-1&1\\-1&0&-1\end{pmatrix}$ und damit

$T^{-1}CT=D=diag(0,1,-1)$ und schliesslich $C^k=T\,D^k\,T^{-1}, k=1,2,\ldots$

$C^k=\begin{pmatrix}1+(-1)^k&1&-1+(-1)^k\\-1-(-1)^k&-1&1-(-1)^k\\-1&-1&1\end{pmatrix}$ und somit:

$k=$gerade: $C^k=C^2=\begin{pmatrix}2&1&0\\-2&-1&0\\-1&-1&1\end{pmatrix}$ und für $k=$ungerade: $C^k=C$